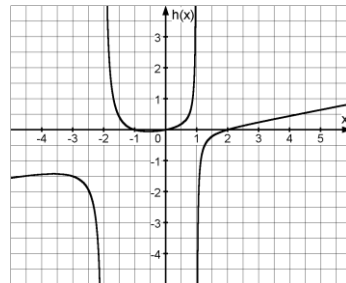
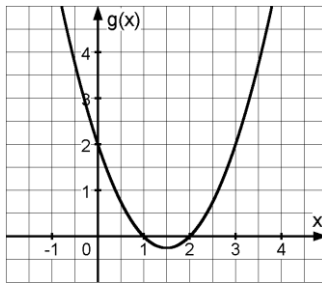
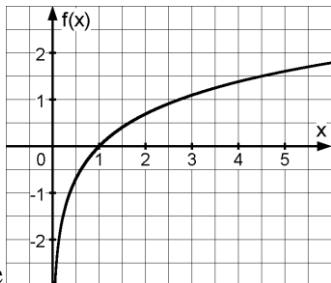


### Aufgabe 11.1.2 B

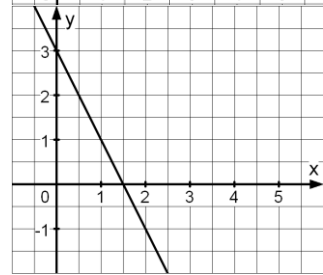
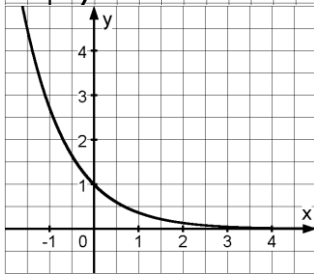
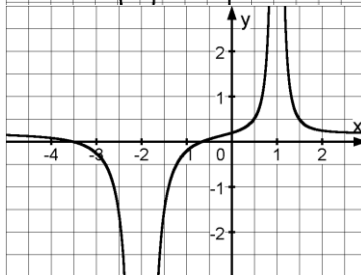
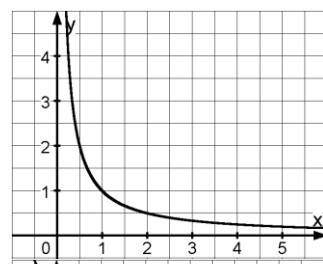
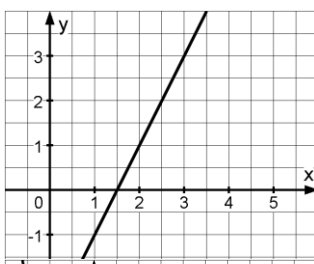
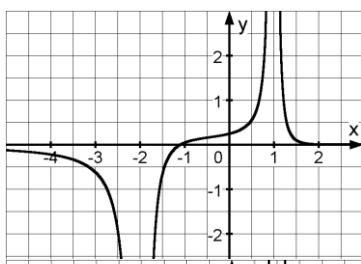
Geben Sie eine Funktion an, die an der Stelle  $x = 2$  definiert, aber nicht differenzierbar ist.

### Aufgabe 11.1.3

Gegeben sind die Graphen dreier Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$  sowie sechs weitere Graphen, darunter die Graphen der Ableitungsfunktionen dieser drei Funktionen. Ordnen Sie die Funktionen ihren Ableitungsfunktionen zu und begründen Sie Ihre Entscheidungen.



Mögliche



### Aufgabe 11.1.4

Das Bild zeigt den Graph  $G_f$  der Funktion

$$f : x \mapsto x^2 - 2, D = [0; +\infty[, \text{ mit der Nullstelle } \sqrt{2}.$$

Ermitteln Sie eine Gleichung der Tangente an  $G_f$

an der Stelle  $x_0 = 2$  sowie die Stelle  $x_1$ , an der diese Tangente die  $x$ -Achse schneidet.

Zeichnen Sie die Tangente in der Abbildung ein.

Erklären Sie die Grundidee des Newton-Verfahrens.

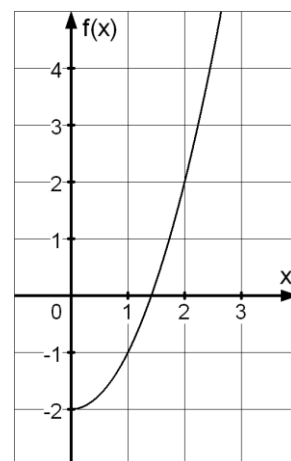
Zeigen Sie, dass die allgemeine Newton-Formel

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

das von Ihnen in Teilaufgabe a

berechnete  $x_1$  liefert.

Führen Sie einen weiteren Schritt des Newton-Verfahrens durch und zeigen Sie, dass die dadurch gewonnene Näherung weniger als 0,2 % von  $\sqrt{2}$  abweicht.



## Aufgabe 11.3 (Lk 2006, I, 1d, leicht abgeändert)

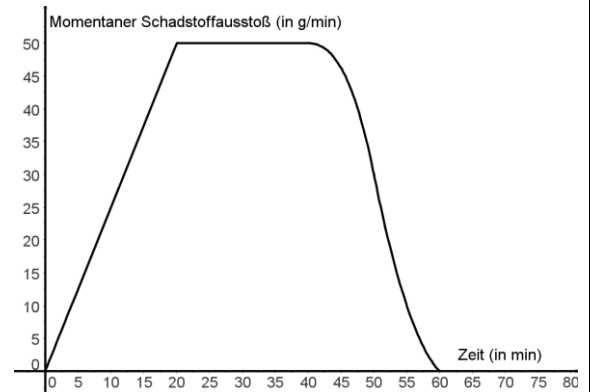
Begründen Sie, dass  $f : x \mapsto (x-1) \cdot \ln x$  im Intervall  $]0; 1]$  umkehrbar ist. Geben Sie die Definitions- und Wertemenge der zugehörigen Umkehrfunktion  $g$  an. Überlegen Sie anhand einer Skizze, welcher Grenzwert sich für die Ableitung von  $g$  für  $x \rightarrow 0+$  ergibt.

## Aufgabe 12.1.1 A

Das Diagramm zeigt den momentanen Schadstoffausstoß einer Feuerungsanlage in Abhängigkeit von der Zeit seit Beginn der Feuerung.

Schätzen Sie die Gesamtmasse des ausgetretenen Schadstoffs während der 60-minütigen Betriebszeit ab.

Ihre Überlegungen müssen nachvollziehbar sein.



## Aufgabe 12.1.1 B

Bestimmen Sie jeweils eine Stammfunktion der folgenden in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen.

- a)  $f : x \mapsto 2xe^{x^2}$
- b)  $h : x \mapsto \frac{2x}{x^2 + 1}$
- c)  $g : x \mapsto e^{2x+3}$

## Stochastik

## Aufgabe 11.5

Im Jahr 2006 waren in Europa ungefähr 0,1 % der Männer mit HIV infiziert. Mithilfe eines speziellen HIV-Tests soll festgestellt werden, ob eine HIV-Infektion vorliegt. Wenn ein Test eine Infektion anzeigt, nennt man das Ergebnis „positiv“, unabhängig davon, ob die Infektion wirklich vorhanden ist oder nicht.

Wenn ein Mann mit HIV infiziert ist, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit 99,9 %, dass dieser spezielle Test positiv ausfällt. Wenn der Mann nicht infiziert ist, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit 99,8 %, dass der Test bei ihm negativ ausfällt.

Der HIV-Test kann in zweierlei Hinsicht ein falsches Ergebnis (Fehldiagnose) liefern:

A: Obwohl eine HIV-Infektion vorliegt, erkennt sie der Test nicht.

B: Obwohl keine HIV-Infektion vorliegt, zeigt der Test eine HIV-Infektion an. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Fehldiagnosen A und B an.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Mann ein positives Testergebnis hat.

Begründen Sie: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mann bei Vorliegen eines positiven Testergebnisses tatsächlich mit HIV infiziert ist, beträgt ungefähr 33 %. Anm.: Aufgrund dieses niedrigen Werts muss beim Vorliegen eines positiven Testergebnisses zusätzlich ein anderer Test durchgeführt werden, bevor das Ergebnis mitgeteilt wird.

## Aufgabe 12.2 A

Eine Münze wird solange geworfen, bis zum ersten Mal Wappen erscheint, jedoch höchstens dreimal. Die Anzahl der Würfe bis zum Spielende sei  $A$ .

Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung von  $A$ .

### Aufgabe 12.2 B

Eine Zufallsgröße kann 5 unterschiedliche Werte annehmen.

Geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung an, so dass der Erwartungswert zwischen dem kleinsten und dem zweitkleinsten Wert der Zufallsgröße liegt.

### Aufgabe Kombinatorik A

In einer Urne sind vier Kugeln. Davon ist eine mit dem Buchstaben S, eine mit I, eine mit E und eine mit B beschriftet.

a) Man zieht nacheinander drei Kugeln ohne Zurücklegen. Bestimmen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit dabei das Wort „ISB“ gezogen wird.

b) Man zieht drei Kugeln ohne Zurücklegen. Bestimmen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich aus den drei gezogenen Buchstaben das Wort „ISB“ bilden lässt.

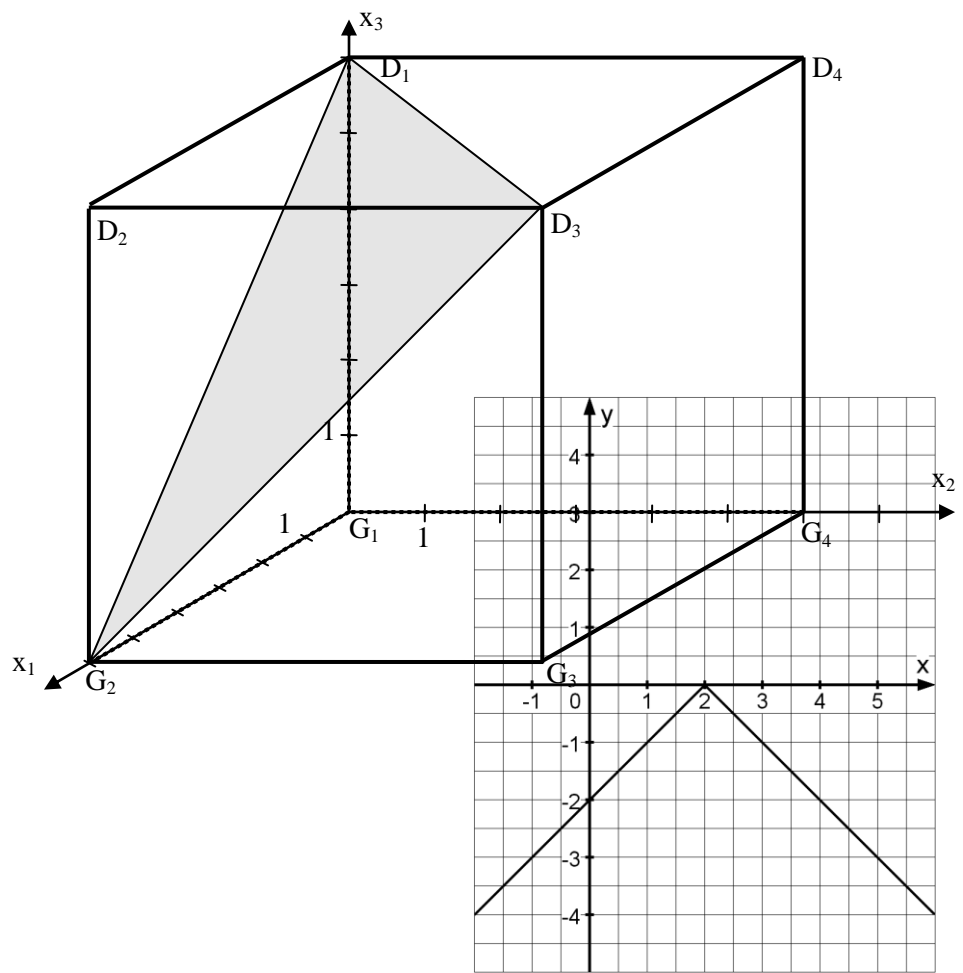
c) Wie viele unterschiedliche Buchstabenfolgen können gezogen werden, wenn man nacheinander alle Kugeln aus der Urne zieht?

### Geometrie

#### A 1.3

Die Ebene  $E: x_1 - x_2 + x_3 = 6$  verläuft durch die Punkte  $D_1$ ,  $G_2$  und  $D_3$ .

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide, die  $E$  vom Würfel abschneidet.



### Aufgabe 3.1.1 A

Die Abbildung zeigt den Graphen  $G_f$  einer Funktion  $f$  mit  $D_f = \mathbb{R}$ , der kongruent zum Graphen der Betragsfunktion  $g: x \mapsto |x|$ ,  $D_g = \mathbb{R}$ , ist.

a) Zeichnen Sie den Graphen der Betragsfunktion  $g$  ein und beschreiben Sie, wie  $G_f$  aus dem Graphen von  $g$  entsteht.

$$F: x \mapsto \int_2^x f(t) dt$$

b) Zeichnen Sie den Graphen der Integralfunktion für  $-1 \leq x \leq 5$  in das gegebene Diagramm ein.

(Hinweis: Eine integralfreie Darstellung der Funktion  $F$  ist hierzu nicht notwendig.)

Aufgabe 3.1.1 B Gegeben ist die Funktion  $f: x \mapsto \sqrt{6-x}$  in ihrem maximalen Definitionsbereich  $D_f$ .

Geben Sie  $D_f$  an und begründen Sie, dass  $f$  umkehrbar ist.

Geben Sie den Definitions- und Wertebereich der Umkehrfunktion  $f^{-1}$  an, und bestimmen Sie den Term der Umkehrfunktion.

Zeichnen Sie die Graphen von  $f$  und  $f^{-1}$  in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes, in dem sich die beiden Graphen schneiden, sowie den Inhalt des „herzförmigen“ Flächenstücks, das von den Graphen von  $f$  und  $f^{-1}$  sowie den Koordinatenachsen im I. Quadranten eingeschlossen wird.

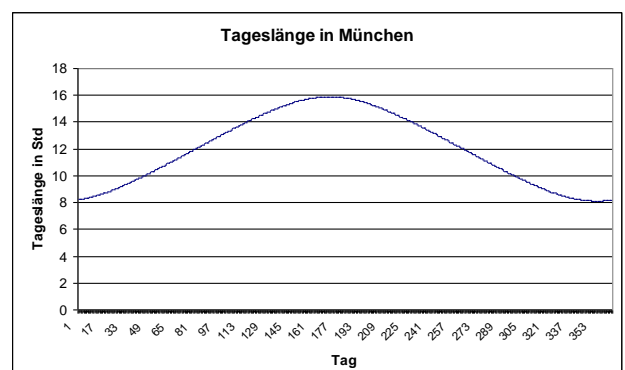
### Aufgabe 3.1.1 C

Die Tageslänge (Zeitdauer zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang) an einem festen Ort verändert sich

im Lauf eines Jahres. Die Graphik zeigt diese Veränderung für München.

Die Tageslänge  $T(x)$  in Stunden am  $x$ -ten Tag des Jahres in München kann in guter Näherung durch eine trigonometrische Funktion der Form

$T(x) = a \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{x-172}{365}\right) + c$  mit  $a > 0$  und  $c > 0$  modelliert werden.



Weisen Sie durch Rechnung nach, dass die Funktion  $T$  die Periode 365 hat und dass unabhängig von  $a$  und  $c$  bei  $x = 172$  ein Maximum vorliegt.

Entnehmen Sie dem Graphen Näherungswerte für die Parameter a und c.

Geben Sie einen Grund dafür an, dass eine entsprechende Modellierung der Tageslänge am Nordpol nicht mit einer Kosinusfunktion möglich ist.

### Aufgabe 3.1.2 A

Von den im I. Quadranten liegenden Punkten der Normalparabel mit der Gleichung  $y = x^2$  soll derjenige Punkt E berechnet werden, für den die Entfernung zum Punkt  $P(0|4,5)$  minimal wird.

Bestimmen Sie einen Term für die Entfernung eines Punktes  $(x|x^2)$  von P und zeigen Sie, dass diese Entfernung genau dann minimal wird, wenn die Funktion r mit  $r(x) = x^4 - 8x^2 + 4,5^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , ein Minimum annimmt.

Berechnen Sie mithilfe der Funktion r die Koordinaten von E. [zur Kontrolle:  $E(2|4)$ ]

Weisen Sie durch rechnung nach, dass die gerade PE ein Lot zur Normalparabel im Punkt e ist.

Die beiden folgenden Beispiele zeigen die Bedeutung von Extremwertaufgaben in

### Aufgabe 3.1.2 B

Eine Konservendose hat die Form eines geraden Kreiszylinders. Die Dose soll das Volumen 120 cm<sup>3</sup> fassen. Ihre Abmessungen sollen so gewählt werden, dass die Oberfläche minimal wird.

Bestimmen Sie eine Funktion f einer Veränderlichen, deren Untersuchung das gestellte Optimierungsproblem lösen würde. Geben Sie einen Term und eine situationsgerechte Definitionsmenge der Funktion f an.

### Aufgabe 3.1.2 C

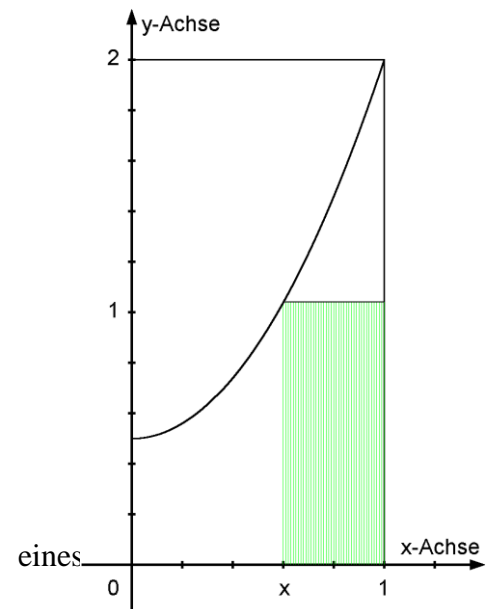
Aus rechteckigen Kunststoffplatten von 1 Meter Breite und 2 Meter Höhe wurden Stücke abgeschnitten, wobei die Schnittkurve Teil einer Parabel mit der Gleichung

$$y = 1,5x^2 + 0,5 \text{ ist.}$$

Aus der Restplatte werden Rechtecke – wie in der Skizze dargestellt – ausgeschnitten. Je eine Seite des Rechtecks soll auf dem unteren bzw. auf dem rechten Rand der Platte zu liegen kommen, eine Ecke des Rechtecks soll auf der Schnittkurve liegen.

Zeigen Sie, dass für den Inhalt eines

$$\text{gilt: } A(x) = 0,5(-3x^3 + 3x^2 - x + 1), \text{ wobei } 0 \leq x \leq 1.$$



Weisen Sie nach, dass es genau eine Stelle  $x_w$  gibt, an der die 1. Ableitung von A gleich Null wird. Begründen Sie weiter, dass A an der Stelle  $x_w$  nicht extremal wird. Dennoch gibt es ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt. Welche Seitenlängen hat es?

**Aufgabe 3.1.3 A**

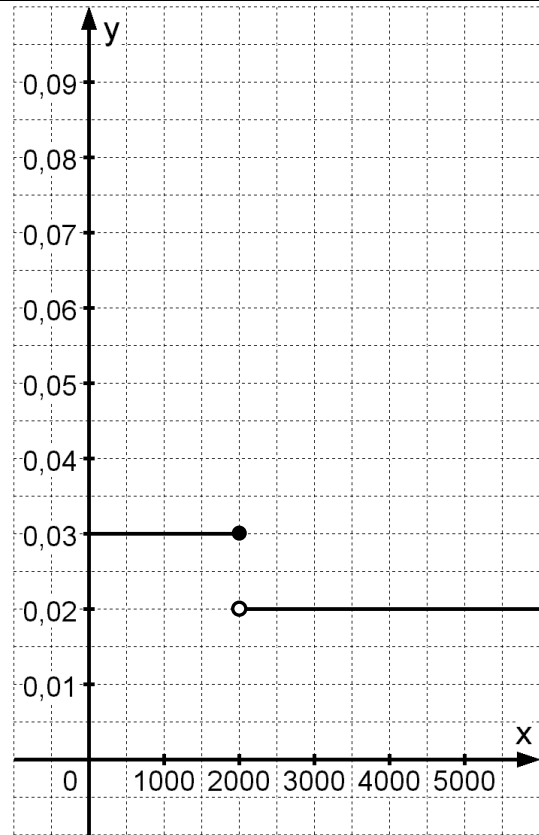
Um Kunden anzulocken, bietet eine Bank ein Sparbuch an, bei dem die ersten 2000 Euro mit 3 % pro Jahr besonders gut verzinst werden. Die Funktion  $f$  gibt den Zinssatz an, der für den  $x$ -ten eingezahlten Euro pro Jahr gezahlt wird.

a) Berechnen Sie, wie viel Zins jemand nach einem Jahr erhält, der das ganze Jahr über 3000 Euro auf dem Konto hatte.

b) Zeichnen Sie die Integralfunktion

$$F: x \mapsto \int_0^x f(t) dt$$

für  $0 \leq x < 3500$  in das Diagramm ein (skalieren Sie dabei die  $y$ -Achse geeignet), und geben Sie an, welche Bedeutung die Funktionswerte von  $F$  im Sachzusammenhang haben.

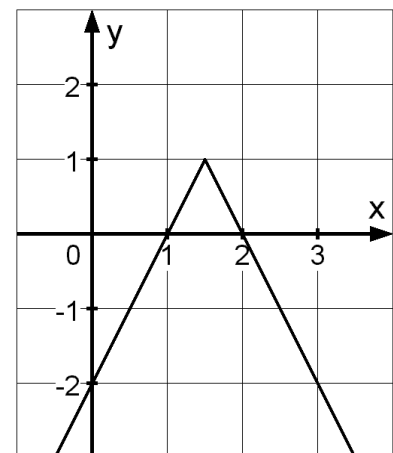


**Aufgabe 3.1.3 B**

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $f: x \mapsto \sqrt{x}$ ,  $D_f = \mathbb{R}^+_0$ , sowie mehrere Geraden, die durch den Ursprung des Koordinatensystems und einen weiteren Punkt des Graphen von  $f$  verlaufen.

Machen Sie anhand Ihrer Zeichnung plausibel, dass sich die Steigung dieser Geraden darstellen lässt als  $\frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ .

Untersuchen Sie das Verhalten dieses Quotienten für  $x \rightarrow 0$ . deuten Sie diesen Grenzwert geometrisch.

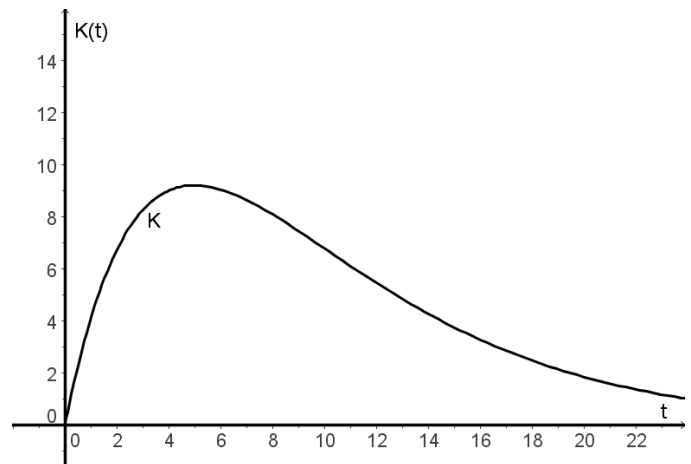


**Aufgabe 3.1.3 C**

Die Abbildung zeigt den Graph  $G_f$  einer Funktion  $f$

mit  $D_f = \mathbb{R}$ .

Zeichnen Sie den Graphen der Ableitungsfunktion  $f'$  in das abgebildete Koordinatensystem ein.



### Aufgabe 3.1.4

A

Konzentration eines Medikaments im Blut

Die Funktion  $K$  mit  $K(t) = 5t \cdot e^{-0,2t}$  und

$t \geq 0$  beschreibt die Konzentration eines

Medikaments im Blut eines Patienten in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ .

Dabei wird  $t$  in Stunden seit der Einnahme

und  $K(t)$  in  $\frac{\text{mg}}{\text{l}}$  gemessen.

Die Abbildung zeigt den Graph von  $K$ .

Das Medikament ist wirksam, wenn die Konzentration im Blut mindestens  $4 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$  beträgt. Entnehmen Sie der Zeichnung den Zeitraum, in dem das Medikament wirksam ist.

Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Konzentration ihren höchsten Wert erreicht hat, und bestimmen Sie das Maximum der Konzentration.

Begründen Sie durch Rechnung, nach welcher Zeit das Medikament am stärksten abgebaut wird. Bestimmen Sie zu diesem Zeitpunkt die momentane Änderungsrate der Konzentration.

Ab dem Zeitpunkt  $t = 10$  werde die Konzentration des Medikaments nun näherungsweise durch die Tangente an den Graphen von  $K$  beschrieben. Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem das Medikament gemäß dieser Näherung vollständig abgebaut ist.

Nun wird wieder die ursprüngliche Beschreibung der Konzentration durch  $K$  verwendet. Zwölf Stunden nach der ersten Einnahme wird das Medikament in der gleichen Dosierung erneut eingenommen. Es wird angenommen, dass sich dabei die Konzentrationen im Blut des Patienten addieren.

Geben Sie den Term einer Funktion  $G$  an, die die Konzentration des Medikaments nach erneuter Einnahme beschreibt.

### Aufgabe 3.1.4 B

Die Änderungsrate  $a$  eines Pflanzenbestands wird für die nächsten 20 Jahre wie folgt modelliert:

$a(t) = 1,12 \cdot t(t-8)(t-20)$  wobei  $t$  die Zeit in Jahren angibt und  $a(t)$  in  $\frac{\text{Pflanzen}}{\text{Jahr}}$  gemessen wird.

Fertigen Sie eine Skizze des Graphen von  $a$ , die die Nullstellen von  $a$  und die Vorzeichen der Termwerte  $a(t)$  wiedergibt.

Geben Sie an, in welchen Zeiträumen der Bestand zunimmt bzw. abnimmt. Begründen Sie, wann innerhalb der betrachteten 20 Jahre der Bestand maximal ist.

Am Anfang waren 10000 Pflanzen vorhanden. Bestimmen Sie den Maximal- und Minimalbestand im betrachteten Zeitraum von 20 Jahren.

#### Aufgabe 3.1.5 A

Bei einem Zufallsexperiment werden die Ereignisse E und F betrachtet, wobei  $P(E) > 0$  und  $P(F) > 0$ .

Welche der Zeichen „=“, „<“, „>“ können anstelle der drei Punkte stehen:  $P(E \cap F) \dots P(F)$ ? Begründen Sie Ihre Antwort.

#### Aufgabe 3.1.5 B

Ein Autobesitzer sucht wegen merkwürdiger Motorengeräusche seine Werkstatt auf.

Dort hört sich ein Mechaniker die Geräusche an und stellt zunächst eine Vermutung auf „Motor defekt“ (D) oder „Motor nicht defekt“. Bei der anschließenden genaueren Untersuchung wird festgestellt, ob ein Motorschaden vorliegt (M) oder nicht.

Beschreiben Sie folgende bedingte Wahrscheinlichkeiten mit Worten, und geben Sie jeweils an, ob die bedingte Wahrscheinlichkeit bei einem fähigen Mechaniker groß oder klein sein sollte.

i)  $P(M|D)$  ii)  $P(\bar{M}|D)$  iii)  $P(\bar{D}|\bar{M})$

#### Aufgabe 3.1.5 C

Ein Schafkopfspiel besteht aus 32 Karten, wovon jeder der vier Spieler acht Karten bekommt. Die höchsten Trümpfe sind die vier Ober. Gabi hebt ihre Karten nacheinander auf.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind ihre ersten beiden Karten Ober?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ihre zweite Karte ein Ober, wenn die erste Karte ein Ober war?

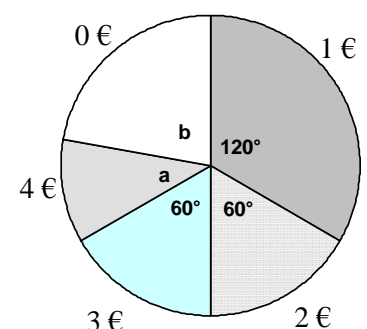
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Herz-Ober unter ihren ersten beiden Karten, wenn ihre ersten beiden Karten Ober sind?

#### Aufgabe 3.1.6 A

In einem Glücksspiel mit einem Glückrad der abgebildeten Art soll bei einmaligem Drehen der Erwartungswert der Auszahlung 1,50 € betragen. Die Auszahlungsbeträge sind jeweils eingetragen.

a) Berechnen Sie, wie groß dazu die Mittelpunktswinkel der Sektoren gewählt werden müssen, die zu den Auszahlungen 0 € und 4 € gehören.

b) Bestimmen Sie die Standardabweichung der Zufallsgröße Auszahlung.



#### Aufgabe 3.1.6 C

In der Klasse 10 C wurden eine Deutsch- und eine Mathematikschulaufgabe geschrieben.

Die Zufallsgrößen D bzw. M ordnen einem zufällig ausgewählten Schüler seine Note in der Deutsch- bzw. Mathematikschulaufgabe zu.

Dabei ergaben sich folgende Beziehungen: Für die Erwartungswerte der beiden Zufallsgrößen gilt  $E(D) = E(M)$  und für die Varianzen gilt  $\text{Var}(D) < \text{Var}(M)$ .

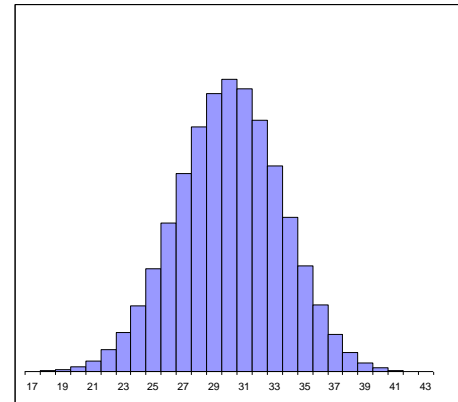


Erklären Sie anschaulich, was diese beiden Beziehungen für die Verteilung der Einzelnoten bedeuten.

### Aufgabe 3.1.6 D

Die nebenstehende Graphik gibt das Histogramm einer nach  $B(n; p)$  verteilten Zufallsgröße wieder. Welche der drei angegebenen Verteilungen passt zu dem Histogramm? Machen Sie Ihre Entscheidung plausibel.

- i)  $B(40; 0,75)$
- ii)  $B(60; \frac{2}{3})$
- iii)  $B(50; 0,6)$



- Aufgabe 3.1.7

Gegeben sei die Menge  $M$  der Punkte  $X$  mit den Ortsvektoren  $\vec{X} = \vec{A} + \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$ .

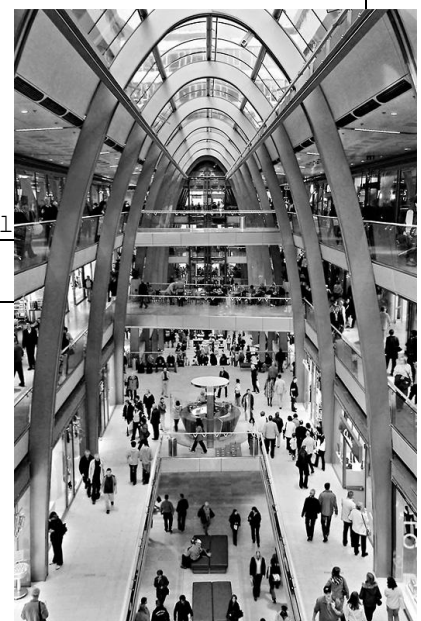
- a) Der Wertebereich der Parameter wird zunächst auf  $\lambda, \mu \in [0; 2]$  beschränkt. Unter welchen Bedingungen für  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  entsteht eine Raute bzw. eine Strecke?
- b) Nun werde durch die obige Gleichung eine Ebene  $E$  dargestellt. Welche zwei Lagebeziehungen kann die Gerade  $g: \vec{X} = \vec{B} + \sigma(\vec{u} + \vec{v}), \sigma \in \mathbb{R}$ , zu dieser Ebene  $E$  einnehmen? Geben Sie auch ein Kriterium zur Unterscheidung der beiden Möglichkeiten an.

### Aufgabe 3.2.1 A

Die Abbildung zeigt die Europa-Passage in Hamburg, eine Ladenpassage, deren obere Stockwerke von 21 gleichen, markanten Bögen gestützt werden.

Überprüfen Sie nachvollziehbar, ob die Bögen in der Abbildung parabelförmig sind.

Quel



### Aufgabe 3.2.1 B

Die Abbildung zeigt die Europa-Passage in Hamburg, eine Ladenpassage, deren obere Stockwerke von 21 gleichen, markanten Bögen gestützt werden. In dieser Aufgabe wird geprüft, inwieweit diese Bögen parabelförmig sind.

- a) Legen Sie im Foto ein geeignetes Koordinatensystem fest und ermitteln Sie eine Funktionsgleichung der Parabel, die Spitze und Fußpunkte eines dieser Bögen enthält.

Überprüfen Sie, ob die Bögen in der Abbildung tatsächlich parabelförmig sind.

## Aufgabe 3.2.1 C

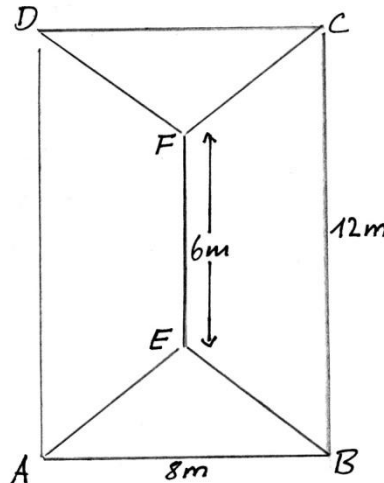
Geheimdiplomats Ernst muss dringend eine Krisenregion verlassen. Dazu stehen zwei nicht besonders gut gewartete Flugzeuge zur Verfügung: Die zweimotorige „Alpha“ und die viermotorige „Beta“.

Alpha fliegt noch, wenn nur ein Motor läuft. Beta benötigt mindestens zwei Motoren, um sich in der Luft zu halten. Vereinfachend wird angenommen, dass jeder einzelne Motor mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausfällt, die der zuständige Mechaniker recht gut angeben kann.

Untersuchen Sie, bei welchen Angaben des Mechanikers sich Ernst für „Alpha“ entscheiden sollte.

## Aufgabe 3.2.1 D

Einem Zimmereibetrieb liegt für die Konstruktion eines Dachstuhls die nebenstehende Skizze samt handschriftlichem Kommentar der Bauherren vor. Für die Übernahme in ein Konstruktionsprogramm muss der Dachstuhl in einem dreidimensionalen Koordinatensystem beschrieben werden.



*gegenüber liegende  
Dachflächen jeweils  
gleich geneigt!*

*First EF:  
3m Höhe über  
Dachboden!*

- Legen Sie selbst nach dieser Vorgabe ein geeignetes Koordinatensystem fest und geben Sie die Koordinaten der beiden Dachfirst-Endpunkte E und F in diesem Koordinatensystem an.
- Berechnen Sie den Neigungswinkel zwischen einer der trapezförmigen und einer der dreieckigen Dachflächen.

## Aufgabe 3.2.1 E

Das ungebremste Wachstum von Bakterien lässt sich durch  $A(t) = A_0 \cdot e^{\lambda t}$  beschreiben, wobei  $t$  die Zeit,  $A(t)$  die von der Bakterienkultur zum Zeitpunkt  $t$  überdeckte Fläche und  $A_0$  die überdeckte Fläche zum Zeitpunkt  $t = 0$  ist.  $\lambda$  ist eine für die jeweilige Bakterienart typische Konstante mit der Einheit  $\frac{1}{\text{Tag}}$ .

Für eine Bakterienkultur wird die folgende Messreihe aufgenommen:

| t in Tagen           | 2    | 3    | 5    | 7    | 8    |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| A in cm <sup>2</sup> | 0,70 | 0,81 | 1,18 | 1,64 | 1,95 |

- Begründen Sie, dass sich gemäß dem Zusammenhang  $A(t) = A_0 \cdot e^{\lambda t}$  eine Gerade ergibt, wenn man in einem Koordinatensystem mit linearer Achsenskalierung  $\ln A$  gegen  $t$  aufträgt. Zeichnen Sie nun die Wertepaare  $(t | \ln A)$  aus der gegebenen Messreihe in ein derartiges Koordinatensystem und tragen Sie eine mögliche Näherungsgerade ein.  
Erläutern Sie, wie sich  $A_0$  und  $\lambda$  aus dem Diagramm ermitteln lassen und bestimmen Sie deren Werte. (zur Kontrolle:  $\lambda \approx 0,17 \frac{1}{\text{Tag}}$ )
- Weisen Sie nach, dass grundsätzlich für die Verdoppelungszeit  $T$  der Bakterienkultur  $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$  gilt und berechnen Sie  $T$ .

## Aufgabe 3.2.1 F

Die Abbildung zeigt den Gewinnplan des Gewinnspiels „Bayernlos“ mit zusätzlichen Hinweisen, die sich auf jedem Los finden. Im mathematischen Sinn handelt es sich bei diesem Gewinnplan um einen Auszahlungsplan; bei einer Auszahlung von z. B. 10 € und einem Lospreis von 1 € beträgt der Reingewinn des Spielers 9 €.

- Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für einen „Hauptgewinn“ (250 000 €) beim Bayernlos größer ist als die Wahrscheinlichkeit für „6 Richtige“ im Lotto „6 aus 49“. Kann man allein aus dieser Information ableiten, dass es besser ist, Bayernlose zu kaufen, als im Lotto zu spielen? Erläutern Sie Ihre Antwort.
- Erklären Sie, wie man aus den in den Abbildungen gegebenen Informationen den Erwartungswert der Zufallsgröße „Reingewinn für den Spieler“ beim Ziehen eines Bayernloses berechnen kann, wenn man davon ausgeht, dass alle Lose einer Auflage verkauft werden.
- Auf Plakaten an Losständen des Gewinnspiels „Bayernlos“ ist zu lesen, dass in jeder vollständig verkauften Auflage etwa 27 Millionen Euro an die Spieler ausgezahlt werden. Bestätigen Sie mithilfe dieser Information nachvollziehbar, dass der Erwartungswert der Zufallsgröße Reingewinn  $-0,55$  € ist. Erklären Sie einem stochastischen Laien, was dieser Zahlenwert im Anwendungszusammenhang bedeutet.

| GEWINNPLAN |   |             |
|------------|---|-------------|
| 10         | x | € 250.000,- |
| 20         | x | € 50.000,-  |
| 20         | x | € 10.000,-  |
| 100        | x | € 5.000,-   |
| 150        | x | € 1.000,-   |
| 500        | x | € 500,-     |
| 1.000      | x | € 100,-     |
| 10.400     | x | € 50,-      |
| 240.000    | x | € 10,-      |
| 480.000    | x | € 5,-       |
| 1.920.000  | x | € 2,-       |
| 12.720.000 | x | € 1,-       |

**SOFORTIGER GEWINNENTSCHEID**

| WICHTIGE HINWEISE   |  |
|---|--|
| Die Staatliche Bayerische Losbrieflotterie ist vom Bayerischen Staatsministerium der Finanzen genehmigt. Sie gelangt in einer Gesamtauflage von 60.000.000 Losbriefen à € 1,-, unterteilt in 10 gleiche Teilserien, zur Ausgabe. Die Losbriefe werden nur in Bayern über zugelassene Stellen verkauft.  |  |
| Jeder Losbrief enthält Serienbezeichnung, den Verfallstermin der Gewinne und den Entscheid, ob es sich um ein Gewinn- oder Nietenlos handelt oder ob das Los für die Ziehung der Kandidaten zum Fernsehgewinnspiel teilnahmeberechtigt ist.   |  |
| Die Auszahlung der Gewinne erfolgt nur bis zum Verfallstermin gegen Rückgabe der Originallose, deren Gewinnentscheid und Serienbezeichnung unversehrt sein müssen.  |  |
| Die Gewinne werden von den Vertriebsorganen der Staatlichen Lotterieverwaltung ausbezahlt. Gewinne ab € 2.500,- sind bei der Staatl. Lotterieverwaltung, Karolinenplatz 4, 80333 München (Postfach 201953, 80019 München), persönlich oder durch eingeschriebenen Brief geltend zu machen. Die Auszahlung kann mit befreiender Wirkung an jeden Inhaber oder Einsender des Original-Gewinnloses erfolgen. Eine Verpflichtung, die Berechtigung des Inhabers oder Einsenders zu prüfen, besteht nicht. |  |

## Aufgabe 3.2.2 A

Gegeben seien eine Gerade  $g$  und ein Punkt  $B \notin g$  im Raum.

Beschreiben Sie in mehreren Teilschritten einen Weg zur Ermittlung der Koordinaten zweier Punkte  $R$  und  $S$  der Geraden  $g$ , die zusammen mit  $B$  ein gleichseitiges Dreieck bilden.

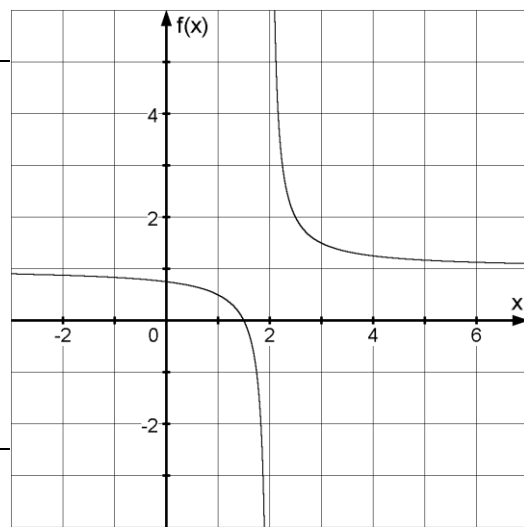
## Aufgabe 3.2.3 B

Das Bild zeigt den Graphen der Funktion

$$f : x \mapsto \frac{2x-3}{2x-4} \quad \text{mit } D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

Das Bild lässt vermuten, dass  $G_f$  symmetrisch zum Schnittpunkt seiner Asymptoten ist.

Zum Nachweis wird die Funktion  $g$  betrachtet, deren Graph  $G_g$  aus  $G_f$  durch eine Verschiebung um 2 Einheiten in Richtung der negativen  $x$ -Achse



und um 1 Einheit in Richtung der negativen  $y$ -Achse hervorgeht. Bestimmen Sie einen Term für  $g$  und weisen Sie mithilfe von Symmetriebetrachtungen für  $G_g$  nach, dass  $G_f$  symmetrisch zum Schnittpunkt seiner Asymptoten ist.

Aufgabe 3.2.2 C – Ausschnitt aus Aufgabe 7 in AI, Kapitel 2.3

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen I und II wahr oder falsch sind, und machen Sie Ihre Antworten plausibel:

I.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = +\infty$

II.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$

Aufgabe 3.2.2 D

Im Verlauf einer Kurvendiskussion ergeben sich die Informationen  $f'(x_0) = 0$  und  $f''(x_0) = 0$ .

Lässt sich daraus folgern, dass bei  $x_0$  kein Extrempunkt, sondern ein Terrassenpunkt vorliegt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3.2.2 E

Der Versuch, den Schnittpunkt einer Ebene mit einer echt parallelen Geraden zu bestimmen, führt auf ein unlösbares Gleichungssystem.

Illustrieren Sie diese Tatsache an einem selbst gewählten Beispiel.